

یک جمله‌ای‌ها و پنجاه جمله‌ای‌ها

به نام خدا

می‌فروایم فصل پنجم کتاب رو شروع کنیم. در این فصل عبارتهای جبری و اتحادها رو داریم، این مطالب جزو مطالبی هستن که شما حالا حالاها باهاشون کار دارید، هم توی دبیرستان و هم توی دانشگاه. پس سعی کنید که خوب یادش بگیرید 😊

یک جمله‌ای‌ها :

تعریف یک جمله‌ای:

هر عبارت که به صورت حاصلضرب یک عبارت حقیقی در توانهای صحیح و نامنفی یک یا چند متغیر باشد، یک جمله‌ای می‌نامیم. مثلا:

$$7, x, 5x^2, -\sqrt{3}a^2x^2z, \frac{1}{5}xy, \pi x^2, 4z, -\frac{2}{7}$$

زیر قسمت‌های مهم تعریف، فقط کشیدیم که بتونیم یک جمله‌ای‌ها رو بیشتر بشناسیم.

۱. اولین نکته اینه که توانهای متغیرها باید صحیح و نامنفی باشه. آگه مثالهای بالا رو

بینید متوجه میشوید که همه توانها صحیح و نامنفی هستند.

عدد صفر هم صحیح و نامنفیه، پس میتونه به عنوان توان متغیر در نظر گرفته بشه. مثلا

$$\text{در مثال اول: } 7 = 7x^0$$

پس همه اعداد صحیح میتونن به عنوان یک جمله‌ای در نظر گرفته بشن، یک جمله‌ای‌هایی که توان متغیرشون صفره

۲. دوام اینکه ما هم میتونیم یه متغیر داشته باشیم و هم بیشتر. مثلا در مثال سوم ما سه تا متغیر a و X و Z داریم.

مثال:

عبارتوای زیر یک جمله‌ای نیستن:

$$\frac{1}{x}, 3^x, 2\sqrt{x}, |x|, 2x^2+2x, \sqrt[3]{y}, 1+x$$

دونه دونه بررسی می‌کنیم تا ببینیم اینا کدوم یکی از خصوصیات یک جمله‌ای‌ها رو ندارن:

$$\frac{1}{x}$$

آیا این عبارت، یک جمله‌ایه؟ توان متغیر رو بررسی می‌کنیم:

$$\frac{1}{x} = x^{-1}$$

توان متغیر برابر -1 شد ولی ما در تعریف یک جمله‌ای گفته بودیم که توانها باید صحیح و نامنفی باشن.

$$3^x$$

این عبارت هیچکدوم از خصوصیات گفته شده رو نداره. ما توی یک جمله‌ای‌ها نمی‌تونیم متغیر رو توی توان داشته باشیم.

$$2\sqrt{x}$$

توان متغیر رو بررسی می‌کنیم:

$$2\sqrt{x} = 2x^{\frac{1}{2}}$$

اینجا هم توان متغیر با تعریف یک جمله‌ای سازگاری ندارد، چون توان متغیر به عدد گویاست ولی طبق تعریف باید صحیح باشد.

$$|x|$$

عبارت‌توایی که قدرمطلق دارن یک جمله‌ای نیستند.

$$2x^2 + 2x$$

هر کدوم از این جملات به تنهایی یک جمله‌ای هستن ولی چون بینشون علامت جمع اومده دیگه یک جمله‌ای محسوب نمیشن.

$$\sqrt[3]{y}$$

در اینجا هم توان متغیر $\frac{1}{3}$ هست که عدد صحیح نیست.

$$1 + x$$

در اینجا هم این جملات هر کدوم به تنهایی یک جمله‌ای هستن ولی چون با هم جمع شدن دیگه یک جمله‌ای محسوب نمیشن.

خب! فکر کنم دقیقاً یاد گرفتید که چه عبارت‌توایی یک جمله‌ای هستن، حالا می‌فوایم یک جمله‌ای‌های متشابه رو تعریف کنیم:

اگر دو تا یک جمله‌ای قسمت‌های هر فیشون یکسان باشه بوشون یک جمله‌ای‌های متشابه گفته میشه.

پس برای اینکه بدونیم دو تا یک جمله‌ای متشابه هستن یا نه ، با قسمت‌های عددی بوشون هیچ کاری نداریم و فقط به قسمت‌های هر فیشون نگاه می‌کنیم، اگر قسمت‌های هر فیشون دقیقا شبه به هم بودن، می‌گیم این دو جمله متشابه‌ن.

مثال: جملات هر فیش با هم متشابه‌ن:

$$\frac{2}{5}x^2z^3 \quad , \quad 6x^2z^3$$

$$\sqrt{5}x^3a^4y^2 \quad , \quad 3\sqrt{53}x^3a^4y^2$$

ضرب یک جمله‌ای‌ها:

برای ضرب دو یا چند یک جمله‌ای پیکار کنیم:

گام ۱. اول از همه اگر پرانتز داشتیم و پرانتز به توان یه عدد رسیده بود، همه چیزایی که توی پرانتز بودن رو به توان می‌رسونیم.

گام ۲. همه عددها رو در هم ضرب می‌کنیم

گام ۳. هر چی متغیر (حرف انگلیسی) داریم رو می‌نویسیم (هر کدوم یه بار)

گام ۴. توان‌های هر متغیر رو در جملات مختلف با هم جمع می‌کنیم و برای جواب میذاریم.

یه مثال حل کنیم:

$$2(5xy^4)^2(-2x^5y^2) =$$

گام ۱. اول از همه آگه پرانتز داشتیم و پرانتز به توان یه عدد رسیده بود، همه چیزایی که توی پرانتز بودن رو به توان می‌رسونیم.

در اینجا پرانتز اول به توان ۲ رسیده، پس همه چیزایی که توی پرانتز هستن به توان میرسن:

$$(5xy^4)^2 = 25x^2y^8$$

ضربمون به این صورت شد:

$$2(25x^2y^8)(-2x^5y^2) =$$

گام ۲. همه عددها رو در هم ضرب می‌کنیم

عددمون بیان؟ ۲ و ۲۵ و -۲، که در هم ضرب شن میشن -۱۰۰، پس تا اینجا داریم:

$$2(25x^2y^8)(-2x^5y^2) = -100 \dots$$

(این نقطه‌ها که در آخر جواب گذاشتیم به این معنیه که هنوز کارمون تموم نشده)

گام ۳. هر چی متغیر (حرف انگلیسی) داریم رو می‌نویسیم (هر کدوم یه بار)

اینجا فقط x و y داریم:

$$2(25x^2y^8)(-2x^5y^2) = -100xy \dots$$

گام ۴. توانهای هر متغیر رو در جملات مختلف با هم جمع می‌کنیم و برای جواب میذاریم.

x چه توانهایی داره؟ ۲ و ۵. پس با هم جمع می‌کنیم $2 + 5 = 7$

y چه توانهایی داره؟ ۲ و ۸. پس با هم جمع می‌کنیم $2 + 8 = 10$

حالا این توانهایی که به دست اومد رو برای x و y میذاریم:

$$2(25x^2y^8)(-2x^5y^2) = -100x^7y^{10}$$

یه مثال دیگه:

$$\left(\frac{2}{3}x^2y\right)^3 =$$

گام ۱. اول از همه آگه پرانتز داشتیم و پرانتز به توان یه عدد رسیده بود، همه چیزایی که توی پرانتز بودن رو به توان می‌رسونیم.

هر کدوم از جملات داخل پرانتز رو به توان ۳ می‌رسونیم:

$$\left(\frac{2}{3}x^2y\right)^3 = \left(\frac{2}{3}\right)^3(x^2)^3(y)^3 = \frac{8}{27}x^6y^3$$

این سوال فقط گام ۱ داشت ☺

مثال بعد:

$$\left(\frac{1}{2}a^2b\right)(ab)\left(-\frac{2}{7}a^2c^5\right) =$$

دیگه فقط شماره گامها رو می‌نویسم:

گام ۱. پرانتزی که به توان رسیده باشه نداریم.

$$\frac{1}{2} \times 1 \times -\frac{2}{7} = -\frac{2}{14} = -\frac{1}{7} \quad \text{گام ۲.}$$

$$\left(\frac{1}{2}a^2b\right)(ab)\left(-\frac{2}{7}a^2c^5\right) = -\frac{1}{7} \dots$$

گام ۳:

$$\left(\frac{1}{2}a^2b\right)(ab)\left(-\frac{2}{7}a^2c^5\right) = -\frac{1}{7}abc \dots$$

گام ۴ :

توانهای a : $2 + 1 + 2 = 5$

توانهای b : $1 + 1 = 2$

توانهای c : 5

$$\left(\frac{1}{2}a^2b\right)(ab)\left(-\frac{2}{7}a^2c^5\right) = -\frac{1}{7}a^5b^2c^5$$

یه نکته فیلی فیلی مهم رو دقت کنید، عبارت‌های بالا همشون ضرب یک جمله‌ای بودن و بین عبارت‌ها علامت جمع و منهای نداشتیم.

حالا آله از ما پرسن درجه‌ی "یک جمله‌ای" نسبت به یکی از متغیرها چیه، چی باید جواب بدیم؟

فیلیبی راحت، نگاه می‌کنیم ببینیم توان متغیری که بومون گفتن چیه، همون میشه درجه یک جمله‌ای.

مثال : درجه یک جمله‌ای زیر نسبت به متغیر a چیه؟ نسبت به b؟ نسبت به c؟

$$-\frac{1}{7}a^5b^2c^5$$

درجه چند جمله‌ای نسبت به a ، همیشه توان a یعنی 5

درجه چند جمله‌ای نسبت به b ، همیشه توان b یعنی 2

درجه چند جمله‌ای نسبت به c ، همیشه توان c یعنی 5

اگر درجه چند جمله‌ای رو نسبت به دو تا متغیر فواسته بودن، باید توانهای اون دو تا متغیر رو با هم جمع کنیم. مثلا در مثال بالا درجه چندجمله‌ای نسبت به a و b چند؟
توان این دو تا رو با هم جمع می‌کنیم که میشه: $5 + 2 = 7$

چند جمله‌ای‌ها :

در قسمت قبل یک جمله‌ای‌ها رو شناختیم و یاد گرفتیم چطوری حاصلضرب چند تا یک جمله‌ای رو به دست بیاریم. حالا می‌فوییم با چندجمله‌ای‌ها آشنا بشیم؛
چنانچه دو یا چند یک جمله‌ای را با هم جمع یا تفریق کنیم، حاصل چند جمله‌ایست.
مثال:

$$4x^2 - 4x + 1, \quad x^2 - 2x, \quad \frac{2}{3}ax^2y - \frac{3}{2}axy^2 - axy, \quad 3x^2$$

همینطور که می‌بینید هر کدوم از چندجمله‌ای‌ها حاصل جمع یا تفریق چند تا یک جمله‌ایه.

ما در قسمت قبل درجه یک جمله‌ای رو یاد گرفتیم، اینجا می‌فوییم با درجه چند جمله‌ای آشنا بشیم؛

در هر چند جمله‌ای، درجه‌ی نسبت به یک متغیر را، برابر با بزرگترین درجه نسبت به آن متغیر تعریف می‌کنیم.

مثلا در مثال زیر:

$$\frac{2}{3}ax^2y - \frac{3}{2}axy^2 - axy$$

درجه چند جمله‌ای نسبت به x پیه؟

باید نگاه کنیم ببینیم بزرگترین توان x در این جملات چند، ۲

درجه چند جمله‌ای نسبت به y پیه؟

باید نگاه کنیم ببینیم بزرگترین توان y در این جملات چند، ۲

درجه چند جمله‌ای نسبت به a پیه؟

باید نگاه کنیم ببینیم بزرگترین توان a در این جملات چند؟ همه توانهای a برابر ۱ هستن، پس درجه چند جمله‌ای نسبت به a برابر ۱ میشه.

وقتی به ما میگن یک چند جمله‌ای رو بر حسب یه متغیر مرتب کنید، باید:

جملات رو نسبت به توانهای متغیر خواسته شده، از بزرگ به کوچک مرتب می‌کنیم.

مثال:

چند جمله‌ای زیر را نسبت به متغیر x مرتب کنید:

$$-3bxy^3 + ax^2y - 4bx^3y^2$$

سه تا یک جمله‌ای داریم که با هم جمع و منها شدن. توان x توی کدوم یکی از این جملات بزرگتره؟ $-4bx^3y^2$ ، پس این جمله رو اول می‌نویسیم:

$$-4bx^3y^2$$

توان x در کدوم یکی از جملات باقی مونده بزرگتره؟ $+ax^2y$ ، پس این جمله رو در ادامه می‌نویسیم:

$$-4bx^3y^2 + ax^2y$$

به جمله دیگر باقی مونده که در ادامه اون رو هم می نویسیم:

$$-4bx^3y^2 + ax^2y - 3bxy^3$$

حالا همین جمله رو نسبت به y مرتب می کنیم:

$$-3bxy^3 - 4bx^3y^2 + ax^2y$$

مثال:

عبارت‌های چبری زیر را ساده و سپس آنها را نسبت به توانهای نزولی x مرتب کنید:

$$-5a^2 - 3ax + x^2 - (4x^2 + 5ax - 3a^2) =$$

برای اینکه این عبارت رو ساده کنیم، اول باید علامت منفی رو در پرانتز ضرب کنیم.

داریم:

$$-5a^2 - 3ax + x^2 - 4x^2 - 5ax + 3a^2 =$$

برای ساده کردن، باید جملات مشابه رو با هم جمع یا تفریق کنیم:

$$(-5a^2 + 3a^2) + (-3ax - 5ax) + (x^2 - 4x^2) = -2a^2 - 8ax - 3x^2$$

حالا سوال از ما فواسته که عبارت رو به نسبت توانهای نزولی x مرتب کنیم.

توان نزولی یعنی توانها از زیاد به کم باشن

بیشترین توان x توی کدوم جمله س؟ $-3x^2$.

پس این جمله رو اول می نویسیم:

$$-3x^2$$

جمله بعدی که بیشترین توان x رو داره کدوم جمله س؟ $-8ax$

پس این رو هم در ادامه جمله قبل می نویسیم:

$$-3x^2 - 8ax$$

جمله بعدی هم که کلا x نداره، اون جمله رو هم می نویسیم:

$$-3x^2 - 8ax - 2a^2$$

پس ما تونستیم جمله رو بر حسب توانهای x به صورت نزولی مرتب کنیم.

مثال بعد:

$$-5a^2 - 3ax + x^2 - [4a^2 + 5ax - (3a^2 - 8ax)] =$$

میفوییم این عبارت رو ساده کنیم. ما برای ساده کردن هر عبارت ابتدا پرانتزها رو ساده می کنیم. و همیشه از داخلی ترین پرانتز شروع می کنیم.

اینجا هم یه گروه داریم و یه پرانتز. کدوم رو اول انجام بدیم؟

اونی که داخلی تره. یعنی اول منفی رو در پرانتز ضرب می کنیم:

$$-5a^2 - 3ax + x^2 - [4a^2 + 5ax - 3a^2 + 8ax] =$$

حالا میریم سراغ علامت منفی که بیرون گروه قرار داره و اون رو هم در تک تک جملات ضرب می کنیم:

$$-5a^2 - 3ax + x^2 - 4a^2 - 5ax + 3a^2 - 8ax =$$

دیگه گروه و پرانتز نداریم، جملات مشابه رو با هم جمع می کنیم:

$$(-5a^2 - 4a^2 + 3a^2) + (-3ax - 5ax - 8ax) + x^2$$

پس داریم:

$$-6a^2 - 16ax + x^2$$

حالا سوال از ما فواسته که عبارت رو به نسبت توهای نزولی x مرتب کنیم.

بیشترین توان x توی کدوم جمله س؟ x^2 . پس این جمله رو اول می نویسیم:

$$x^2$$

جمله بعدی که بیشترین توان x رو داره کدوم جمله س؟ $-16ax$. پس این رو هم در

ادامه جمله قبل می نویسیم:

$$x^2 - 16ax$$

جمله بعدی هم که کلا x نداره، اون جمله رو هم می نویسیم:

$$x^2 - 16ax - 6a^2$$

پس ما تونستیم جمله رو بر حسب توانهای x به صورت نزولی مرتب کنیم.

مثال بعد:

$$(4x + 5x^2)(x^3 - x + 1) =$$

تک تک جملات پرانتز اول رو در تک تک جملات پرانتز دوم ضرب می کنیم:

$$(4x)(x^3) + (4x)(-x) + (4x)(1) + (5x^2)(x^3) + (5x^2)(-x) + (5x^2)(1) =$$

$$4x^4 - 4x^2 + 4x + 5x^5 - 5x^3 + 5x^2 =$$

جملات متشابه رو با هم جمع می کنیم:

$$4x^4 + (-4x^2 + 5x^2) + 4x + 5x^5 - 5x^3 =$$

$$4x^4 + x^2 + 4x + 5x^5 - 5x^3 =$$

حالا بر حسب توانهای x مرتب می‌کنیم:

بیشترین توان برای کدوم جمله‌س؟ $+5x^5$

پس این جمله رو اول می‌نویسیم:

$$+5x^5$$

بیشترین توان بین بقیه جملات برای کدوم جمله‌س؟ $4x^4$

پس این جمله رو در ادامه می‌نویسیم:

$$+5x^5 + 4x^4$$

به همین ترتیب بقیه جملات رو هم مرتب می‌کنیم:

$$+5x^5 + 4x^4 - 5x^3 + x^2 + 4x$$

آموزش گام به گام ریاضی چهارم تا دهم در سایت:

www.riazibaham.ir

و کانال‌های [@RiaziBaHam](https://www.instagram.com/RiaziBaHam) و [@RiaziBaHam9](https://www.instagram.com/RiaziBaHam9)

برای دریافت جزوات سایر پایه‌ها، تمرینهای حل شده و نمونه سوالات

امتدانی حل شده، به "ریاضی با هم" پیوندید.